Roll No.
रोल नं.

Code No. 149

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.
परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

MATHEMATICS
गणित

Time allowed : 3 hours | *Maximum marks : 80*

निर्धारित समय : 3 घंटे | *अधिकतम अंक : 80*

General Instructions :

सामान्य निर्देश :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

निम्नलिखित निर्देशों को ध्यान से पढ़ें एवं पूर्णरूप से उनका अनुपालन करें।

Note / नोट :

(i) *Please check that this question paper contains* **19 + 3 Graph Sheets** *printed pages.*
कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **19 + 3 ग्राफ शीट्स** *मुद्रित पृष्ठ हैं।*

(ii) *Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title-page of the answer-book by the candidate.*
प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए-गए कोड नंबर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।

(iii) *Please check that this question paper contains* **38** *questions.*
कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** *प्रश्न हैं।*

(iv) ***Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.***
कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

(v) **15** *minutes time has been allotted to read the question paper. The question paper will be distributed at* **10.15** *a.m., From* **10.15** *a.m. to* **10.30** *a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer in the answer-book during this period.*
इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए **15** *मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में* **10.15** *बजे किया जाएगा। पूर्वाह्न में* **10.15** *बजे से* **10.30** *बजे तक छात्र प्रश्न-पत्र को केवल पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका में कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।*

(vi) *This question paper comprises* ***five Sections - A, B, C, D and E.*** ***All*** *questions are* ***compulsory.***

प्रश्न-पत्र को **पाँच खंडों** में विभाजित किया गया है – **क, ख, ग, घ एवं ङ। सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।

(vii) ***Section-A*** *- Q. No.* ***1*** *to* ***18*** *are Multiple Choice Questions (MCQs) and Q. No.* ***19*** *and* ***20*** *are Assertion-Reason based questions, carrying* ***1*** *mark each.*

खंड-क के प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं एवं प्रश्न संख्या **19** व **20** अभिकथन-तर्क आधारित प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है।

(viii) ***Section-B*** *- Q. No.* ***21*** *to* ***25*** *are Very Short Answer (VSA)-type questions, carrying* ***2*** *marks each.*

खंड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अतिलघूत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

(ix) ***Section-C*** *- Q. No.* ***26*** *to* ***31*** *are short answer type questions, carrying* ***3*** *marks each.*

खंड-ग में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघुउत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न **3** अंकों का है।

(x) ***Section-D****-Q. No.* ***32*** *to* ***35*** *are long answer type questions, carrying* ***5*** *marks each.*

खंड-घ में प्रश्न 32 से 35 तक दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

(xi) ***Section-E****-Q. No.* ***36*** *to* ***38*** *are Case study-based questions, carrying* ***4*** *marks each.*

खंड-ङ प्रश्न 36 से 38 तक प्रकरण आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न **4** अंकों का है।

(xii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in* ***2*** *questions in* ***Section-B, 3*** *questions in* ***Section-C, 2*** *questions in* ***Section-D*** *and one subpart each in* ***2*** *questions in* ***Section-E.*** *Only one of the choices in such questions have to be attempted.*

प्रश्न-पत्र में समस्त पर कोई विकल्प नहीं है। तथापि, **खंड-ख** में 2 प्रश्नों, **खंड-ग** में 3 प्रश्नों, **खंड-घ** में 2 प्रश्नों और **खंड-ङ** के 2 प्रश्नों में से प्रत्येक में एक आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए।

(xiii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*

इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक अनुभाग और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं।

(xiv) *Use of Calculator is not permitted.*

कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

(xv) *Draw neat figures wherever required. Take* $\pi = \frac{22}{7}$ *wherever required if not stated.*

जहाँ भी चित्र आवश्यक हो, स्पष्ट चित्र बनाएँ। जहाँ भी आवश्यकता हो, $\pi = \frac{22}{7}$ ही लें।

SECTION - A / खण्ड – क

Question number 1 to 20 are multiple choice questions of 1 mark each.

प्रश्न नं 1 से 20 तक बहुविकल्पी प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. It is given that for a 2×2 matrix A, $A(\text{adj}A)=\begin{bmatrix}6 & 0\\0 & 6\end{bmatrix}$, the value of $|A|$ is : **1**

(a) 36 (b) 216 (c) 6 (d) 1

दिया गया है कि 2×2 कोटि के आव्यूह A के लिये $A(\text{adj}A)=\begin{bmatrix}6 & 0\\0 & 6\end{bmatrix}$ है, तो $|A|$ का मान है :

(a) 36 (b) 216 (c) 6 (d) 1

2. If $y=\cos^{-1}\left(\sqrt{1-x^2}\right)$, then $\frac{dy}{dx}$ is : **1**

(a) $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ (b) $\frac{x}{1-x^2}$

(c) $\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

यदि $y=\cos^{-1}\left(\sqrt{1-x^2}\right)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

(a) $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ (b) $\frac{x}{1-x^2}$

(c) $\sin^{-1}\sqrt{1-x^2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

3. A line makes angles $\frac{\pi}{3}$ and $\frac{\pi}{4}$ with the x-axis and y-axis respectively. The acute angle made by the line with z-axis is : **1**

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{5\pi}{12}$

एक रेखा x-अक्ष तथा y-अक्ष के साथ क्रमशः $\frac{\pi}{3}$ तथा $\frac{\pi}{4}$ के कोण बनाती है । इए रेखा के द्वारा z-अक्ष के साथ बनाये गये न्यून कोण का मान है :

(a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{5\pi}{12}$

4. The radius of a circle is increasing at the rate of 0.7 cm/s. The rate of increase of its circumference is : **1**

(a) 1.4 cm/s (b) 4.4 π cm/s
(c) 4.4 cm/s (d) 44 cm/s

एक वृत्त की त्रिज्या 0.7 cm/s की दर से बढ़ रही है। इसकी परिधि की वृद्धि की दर है :

(a) 1.4 cm/s (b) 4.4 π cm/s
(c) 4.4 cm/s (d) 44 cm/s

5. If the mean of the probability distribution given below is 1.3 : **1**

x_i	:	0	1	2
p_i	:	$\frac{1}{10}$	k	$\frac{2}{5}$,

then the value of k is :

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{9}{10}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{10}$

यदि नीचे दिये गये प्रायिकता बंटन का माध्य 1.3 है,

x_i	:	0	1	2
p_i	:	$\frac{1}{10}$	k	$\frac{2}{5}$,

तो k का मान है :

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{9}{10}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{3}{10}$

6. Area of the region enclosed between the curve $y^2 = 4ax$ and the line $x = a$ (in sq. units) is : **1**

(a) $8a^2$ (b) $\frac{4}{3}a^2$ (c) 0 (d) $\frac{8}{3}a^2$

वक्र $y^2 = 4ax$ तथा रेखा $x = a$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में) है :

(a) $8a^2$ (b) $\frac{4}{3}a^2$ (c) 0 (d) $\frac{8}{3}a^2$

7. The position vector of the point A is $\vec{a} + 2\vec{b}$. A point P with position vector $\vec{a}$ divides a line segment AB in the ratio 2 : 3 internally. The position vector of point B is : **1**

(a) $\vec{a} - 3\vec{b}$ (b) $2\vec{a} - \vec{b}$ (c) $\vec{b}$ (d) $\vec{b} - 2\vec{a}$

एक बिंदु A का स्थिति सदिश $\vec{a} + 2\vec{b}$ है । बिंदु P जिसका स्थिति सदिश $\vec{a}$ है, रेखाखंड AB को 2 : 3 के अनुपात में अंतः विभाजित करता है । बिंदु B का स्थिति सदिश है :

(a) $\vec{a} - 3\vec{b}$ (b) $2\vec{a} - \vec{b}$ (c) $\vec{b}$ (d) $\vec{b} - 2\vec{a}$

8. If a function $f : [1, \infty) \rightarrow Y$ defined by $f(x) = x^2 - 2x + 3$ is bijective, then the set Y is equal to : **1**

(a) **R** (b) $[2, \infty)$ (c) $[1, \infty)$ (d) $(3, \infty)$

यदि फलन $f : [1, \infty) \rightarrow Y$, $f(x) = x^2 - 2x + 3$ द्वारा परिभाषित है तथा $f(x)$ एकैकी आच्छादी है, तो समुच्चय Y बराबर है :

(a) **R** (b) $[2, \infty)$ (c) $[1, \infty)$ (d) $(3, \infty)$

9. If $\sin\left(\frac{x}{x-y}\right) = \frac{1}{2}$, then $\frac{dy}{dx}$ is : **1**

(a) $\frac{1}{1-y}$ (b) $\cos\left(\frac{x}{x-y}\right)$ (c) $\frac{y}{x}$ (d) $\frac{x}{y}$

यदि $\sin\left(\frac{x}{x-y}\right) = \frac{1}{2}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

(a) $\frac{1}{1-y}$ (b) $\cos\left(\frac{x}{x-y}\right)$ (c) $\frac{y}{x}$ (d) $\frac{x}{y}$

10. Integrating factor (I.F.) of the differential equation $x\frac{dy}{dx} + y = 3x^2$ is : **1**

(a) $\log x$ (b) $\frac{1}{x}$ (c) $\frac{-1}{x^2}$ (d) x

अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} + y = 3x^2$ का समाकलन गुणक (I.F.) है:

(a) $\log x$ (b) $\frac{1}{x}$ (c) $\frac{-1}{x^2}$ (d) x

11. $\int\frac{dx}{\sqrt{9-25x^2}}$ is equal to : **1**

(a) $\frac{1}{3}\sin^{-1}\frac{5x}{3} + c$ (b) $\frac{3}{5}\sin^{-1}\frac{5x}{3} + c$

(c) $\frac{1}{5}\sin^{-1}\frac{5x}{3} + c$ (d) $\frac{1}{5}\sin^{-1}\frac{3x}{5} + c$

$\int\frac{dx}{\sqrt{9-25x^2}}$ बराबर है :

(a) $\frac{1}{3}\sin^{-1}\frac{5x}{3} + c$ (b) $\frac{3}{5}\sin^{-1}\frac{5x}{3} + c$

(c) $\frac{1}{5}\sin^{-1}\frac{5x}{3} + c$ (d) $\frac{1}{5}\sin^{-1}\frac{3x}{5} + c$

12. If P and Q are two matrices such that PQ = P and QP = Q, then Q^2 is equal to : **1**

(a) Q (b) I (c) P (d) P^2

यदि P तथा Q दो ऐसे आव्यूह हैं जिनके लिए PQ = P तथा QP = Q है, तो Q^2 बराबर है :

(a) Q (b) I (c) P (d) P^2

13. The function $f(x) = \frac{8}{x} + 2x, x \neq 0$ is decreasing on : **1**

(a) $(-\infty, 2)$ (b) $(-\infty, \infty)$ (c) $(2, \infty)$ (d) $(-2, 2)$

फलन $f(x) = \frac{8}{x} + 2x, x \neq 0$ निम्न में से किस अंतराल में ह्रासमान है ?

(a) $(-\infty, 2)$ (b) $(-\infty, \infty)$ (c) $(2, \infty)$ (d) $(-2, 2)$

14. The value of $\int_{-a}^{a} x^2 \sin x \, dx$ is : **1**

(a) 1 (b) $2a^2 \cos a$ (c) 0 (d) a^2

$\int_{-a}^{a} x^2 \sin x \, dx$ का मान है :

(a) 1 (b) $2a^2 \cos a$ (c) 0 (d) a^2

15. The value of $\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right)$ is : **1**

(a) $\frac{3\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $-\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right)$ का मान है :

(a) $\frac{3\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $-\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

16. The degree of the differential equation $\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^3\right]^3=\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2$ is : **1**

(a) 2 (b) 3 (c) $\frac{2}{3}$ (d) 0

अवकल समीकरण $\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^3\right]^3=\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2$ की घात है :

(a) 2 (b) 3 (c) $\frac{2}{3}$ (d) 0

17. $\int\frac{x}{1+x^4}\,dx$ is equal to : **1**

(a) $2\tan^{-1}(x^2)+c$ (b) $\frac{1}{2}\tan^{-1}(x^2)+c$

(c) $\tan^{-1}(x^2)+c$ (d) $\frac{1}{2}\tan^{-1}(x^4)+c$

$\int\frac{x}{1+x^4}\,dx$ बराबर है :

(a) $2\tan^{-1}(x^2)+c$ (b) $\frac{1}{2}\tan^{-1}(x^2)+c$

(c) $\tan^{-1}(x^2)+c$ (d) $\frac{1}{2}\tan^{-1}(x^4)+c$

18. The domain of the function $y=\cos^{-1}(3x-2)$ is : **1**

(a) $[-1,1]$ (b) $[-3,3]$ (c) $\left[\frac{1}{3},3\right]$ (d) $\left[\frac{1}{3},1\right]$

फलन $y=\cos^{-1}(3x-2)$ का प्रांत है :

(a) $[-1,1]$ (b) $[-3,3]$ (c) $\left[\frac{1}{3},3\right]$ (d) $\left[\frac{1}{3},1\right]$

Question numbers 19 and 20 are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below :

प्रश्न संख्याएँ 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। अभिकथन (A) तथा तर्क (R) से नामांकित दो कथन दिये गए हैं। नीचे दिए गए कूटों (a), (b), (c) और (d) से सही उत्तर का चयन कीजिए।

(a) Both **Assertion (A)** and **Reason (R)** are true and **Reason (R)** is the correct explanation of the **Assertion (A)**.

अभिकथन (A) तथा **तर्क (R)** दोनों सत्य हैं और **तर्क (R)**, **अभिकथन (A)** की सही व्याख्या है।

(b) Both **Assertion (A)** and **Reason (R)** are true, **Reason (R)** is not the correct explanation of the **Assertion (A)**.

अभिकथन (A) तथा **तर्क (R)** दोनों सत्य हैं परन्तु **तर्क (R)**, **अभिकथन (A)** की सही व्याख्या नहीं है।

(c) **Assertion (A)** is true and **Reason (R)** is false.

अभिकथन (A) सत्य है और **तर्क (R)** गलत हैं।

(d) **Assertion (A)** is false and **Reason (R)** is true.

अभिकथन (A) गलत है और **तर्क (R)** सत्य है।

19. **Assertion (A) :** The function $f(x) = |x|^3$ is not differentiable at $x = 0$. **1**

Reason (R) : The function $f(x) = |x|$ is not differentiable at $x = 0$.

अभिकथन (A) : फलन $f(x) = |x|^3$, $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है।

तर्क (R) : फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है।

20. **Assertion (A) :** For a vector $\vec{a}$ and scalar m if $|m\vec{a}| = 1$, then $m = \pm \frac{1}{|\vec{a}|}$. **1**

Reason (R) : If $|\vec{a}| = 1$, then $\vec{a}$ is a unit vector.

अभिकथन (A) : सदिश $\vec{a}$ तथा अदिश m के लिये यदि $|m\vec{a}| = 1$ है, तो $m = \pm \frac{1}{|\vec{a}|}$ है।

तर्क (R) : यदि $|\vec{a}| = 1$ है, तो सदिश $\vec{a}$ एक मात्रक सदिश है।

SECTION - B / खण्ड – ख

In this Section, there are 5 very short answer type questions of 2 marks each.
इस खण्ड में 5 अति लघुउत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 2 अंकों का है।

21. Draw the graph of $y = \cos^{-1}x, x \in [0, \pi]$. **2**

$y = \cos^{-1}x, x \in [0, \pi]$ का आलेख खींचिए।

22. (a) If $y^x = x^y$, then find $\frac{dy}{dx}$. **2**

यदि $y^x = x^y$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

(b) If $e^y(x+1) = 6$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$.

यदि $e^y(x+1) = 6$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ है।

23. Find the vector equation of a line which passes through the point $(-2, 4, -5)$ and parallel to the line $\frac{2x+3}{3} = \frac{4-y}{5} = \frac{z+8}{6}$. **2**

उस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु $(-2, 4, -5)$ से गुजरती है तथा रेखा $\frac{2x+3}{3} = \frac{4-y}{5} = \frac{z+8}{6}$ के समांतर है।

24. Solve the differential equation : **2**

$(1+y^2)(1+\log x)dx + xdy = 0.$

अवकल समीकरण को हल कीजिए।

$(1+y^2)(1+\log x)dx + xdy = 0$

25. (a) Evaluate : $\int_{0}^{2\pi} \frac{1}{1+e^{\sin x}}\, dx$ **2**

मान ज्ञात कीजिए : $\int_{0}^{2\pi} \frac{1}{1+e^{\sin x}}\, dx$

OR/अथवा

(b) Evaluate : $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{cosec} x \cot x}{1+\operatorname{cosec}^2 x}\, dx$

मान ज्ञात कीजिए : $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{cosec} x \cot x}{1+\operatorname{cosec}^2 x}\, dx$

SECTION - C/खण्ड - ग

In this section there are 6 short answer questions of 3 marks each.

इस खण्ड में 6 लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

26. If $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$, then verify that $(AB)' = B'A'$. **3**

यदि $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$ है, तो सत्यापित कीजिए कि $(AB)' = B'A'$ है।

27. (a) Let R be a relation defined on the set Z such that $R = \{(a, b) : a, b \in Z$ and $(a - b)$ is divisible by 5$\}$. Show that R is an equivalence relation. **3**

माना कि संबंध R समुच्चय Z पर इस प्रकार परिभाषित है कि $R = \{(a, b) : a, b \in Z$ तथा $(a - b)$ संख्या 5 से विभाजित है$\}$। सिद्ध कीजिए कि संबंध R एक तुल्यता संबंध है।

OR/अथवा

(b) Let $f : R - \left\{-\frac{4}{3}\right\} \to R$ be a function defined as $f(x) = \frac{4x}{3x+4}$. Check the function $f(x)$ for injectivity and surjectivity.

$f(x) = \frac{4x}{3x+4}$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R - \left\{-\frac{4}{3}\right\} \to R$ दिया गया है। जाँच कीजिये क्या फलन $f(x)$ एकैकी तथा आच्छादक है ?

28. (a) Find : $\int \frac{5}{(x^2-1)(x+3)}\,dx$ **3**

ज्ञात कीजिये : $\int \frac{5}{(x^2-1)(x+3)}\,dx$

OR/अथवा

(b) Find : $\int \frac{x}{1+\sin x}\,dx$

ज्ञात कीजिये : $\int \frac{x}{1+\sin x}\,dx$

29. Make a rough sketch of the curve $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$. Find the area of the region under the curve and above x-axis. **3**

वक्र $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ का ग्राफ खींचिये । x-अक्ष के ऊपर और वक्र द्वारा घिरे हुये क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

30. (a) Solve the differential equation $(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$. **3**
अवकल समीकरण को हल कीजिये : $(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$

OR/अथवा

(b) Find the particular solution of differential equation :

$\left(x\sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right)dx + x\,dy = 0$ given that $y = \frac{\pi}{4}$ at $x = 1$

अवकल समीकरण का, दिये गये प्रतिबंध को संतुष्ट करने वाला, विशिष्ट हल ज्ञात कीजिये।

$\left(x\sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right)dx + x\,dy = 0$; $y = \frac{\pi}{4}$ पर $x = 1$ है।

31. Two thirds of the students of a class are boys and the rest are girls. It is known that the probability of getting marks more than 60% by a girl in a school exam is 0.4 and that by a boy is 0.35. Find the probability that a student chosen at random will get marks more than 60%. **3**

एक कक्षा के विद्यार्थियों में दो–तिहाई छात्र तथा शेष छात्रायें है। ज्ञात है कि परीक्षा में किसी छात्रा द्वारा 60% से अधिक अंक प्राप्त करने की प्रायिकता 0.4 है तथा किसी छात्र के लिये वही प्रायिकता 0.35 है। यादृच्छया चुने गये किसी विद्यार्थी के परीक्षा में 60% से ज्यादा अंक प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

SECTION - D / खण्ड – घ

In this section there are 4 long answer type questions of 5 marks each.

इस खण्ड में 4 दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

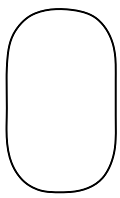
32. Using matrix method, solve the following system of equations : **5**

$x+2y+z=4,\ -x+y+z=0$ and $x-3y+z=2.$

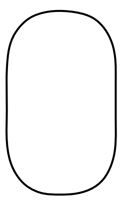
आव्यूह विधि का प्रयोग करते हुये, समीकरणों के निम्न निकाय को हल कीजिये।

$x+2y+z=4,\ -x+y+z=0$ तथा $x-3y+z=2$

33. (a) An aircraft window consists of a rectangle with two semi-circular ends, as shown in the figure. The area of the window is $0.1\ m^2$. Find the dimensions of the window with the smallest possible perimeter. Find the perimeter. **5**

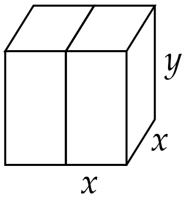


आकृति में हवाई जहाज की एक खिड़की दर्शाई गई है। इसमें एक आयत के आमने–सामने के सिरे अर्धगोलाकार हैं। यदि खिड़की का क्षेत्रफल $0.1\ m^2$ है, तो खिड़की की ऐसी विमायें ज्ञात कीजिये कि इसका परिमाप न्यूनतम हो।

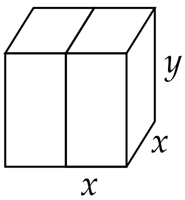


OR / अथवा

(b) A cuboidal open box is made with cardboard. A sheet of cardboard divides it into two identical cuboids, each having square base of side x cm and height y cm. If volume of the whole box is 392 cm^3 then find the dimensions of the box so that the area of the cardboard used is minimum.



गते की सहायता से घनाभ के आकार का एक ढक्कन रहित बॉक्स बनाया गया है। गत्ते की एक शीट (sheet) को, दिखाए गये चित्रानुसार बॉक्स में इस प्रकार रखा गया है कि यह बॉक्स को दो समान घनाभों में विभाजित करता है। प्रत्येक विभाजित घनाभ का आधार x cm भुजा वाला एक वर्ग है तथा ऊँचाई y cm है। यदि सम्पूर्ण बॉक्स का आयतन 392 cm^3 हो तो बॉक्स कि ऐसी विमायें ज्ञात कीजिये कि प्रयुक्त गत्ते का क्षेत्रफल न्यूनतम हो।



34. Solve the following linear programming problem graphically : **5**

Maximize $Z = 3x + 5y$ subject to the constraints $x + 2y \leq 10$, $x + y \leq 6$, $2x + y \leq 8$, $x, y \geqslant 0$.

आलेख द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिये।

निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत $x + 2y \leq 10$, $x + y \leq 6$, $2x + y \leq 8$, $x, y \geqslant 0$,

$Z = 3x + 5y$ का अधिकतमीकरण कीजिये।

35. (a) Find the shortest distance between the lines : **5**

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2} \text{ and } \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-2}$$

रेखाओं $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$ तथा $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-2}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिये।

OR / अथवा

(b) Find the image of the point P(2, −1, 5) in the line :

$$\vec{r} = \left(11\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k}\right) + \lambda\left(10\hat{i} - 4\hat{j} - 11\hat{k}\right).$$

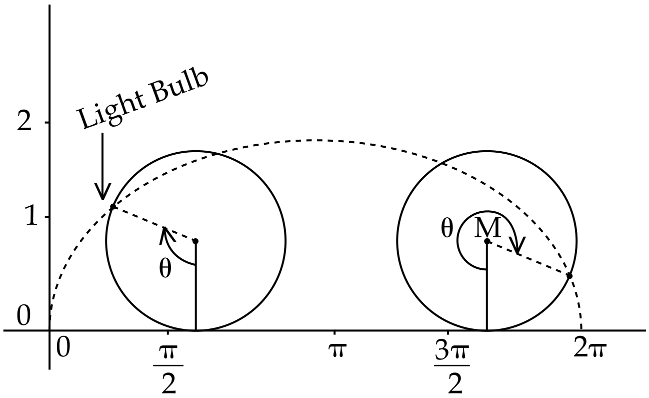
बिंदु P(2, −1, 5) का रेखा $\vec{r} = \left(11\hat{i} - 2\hat{j} - 8\hat{k}\right) + \lambda\left(10\hat{i} - 4\hat{j} - 11\hat{k}\right)$ में प्रतिबिंब ज्ञात कीजिये।

SECTION - E/खण्ड – ङ

In this section there are 3 case-study based questions of 4 marks each.

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

36. Sumita has a tiny light bulb on the rim of the wheel of her bicyle. When she cycles straight on a flat surface without stopping, the path traced by the light bulb, called cycloid is shown below :



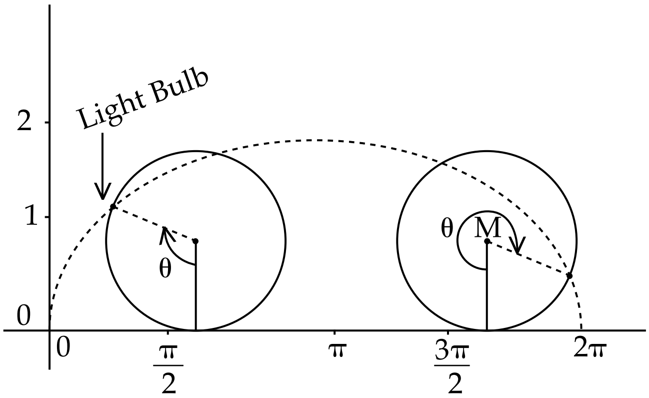
Cycloid curve is used by Architects and applied in mechanical engineering too. The equation of the curve is given by $y = a(1 - \cos\theta)$, $x = a(\theta - \sin\theta)$.

Here the parameter $\theta \in [0, 2\pi]$ produces one arch of the cycloid.

(a) Find $\frac{dy}{dx}$ **2**

(b) Find $\frac{d^2y}{dx^2}$ **2**

सुमिता ने अपनी साइकिल के पहिये के रिम पर एक छोटा प्रकाश बल्ब लगाया हुआ है। जब वह बिना रुके एक समतल जगह पर सीधी रेखा में साइकिल चलाती है तब प्रकाश बल्ब के द्वारा अनुरेखित पथ साइक्लोयड (cycloid) कहलाता है यह निचे दर्शाया गया है :



इस वक्र का प्रयोग यांत्रिक अभियांत्रिकी (mechanical engineering) तथा वास्तुकला में किया जाता है।

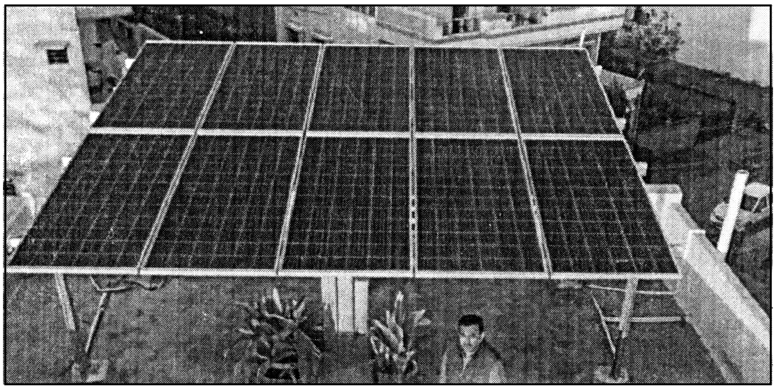
इस वक्र का समीकरण है। $y = a(1 - \cos\theta), x = a(\theta - \sin\theta)$

यहाँ प्राचल parameter $\theta \in [0, 2\pi]$ वक्र की एक चाप (Arch) बनाता है।

(a) $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिये

(b) $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिये

37. Solar energy is clean, renewable source of energy that does not produce green house gas emissions.
A rooftop solar power panel for homes is affordable, convenient and environment friendly.



The solar panel shown above has four vertices A(0, 0, 1), B(9, 0, 1), C(9, 6, 1) and D(0, 6, 1).

(a) Write the vectors $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}$ and $\vec{AD}$ in component form. **1**

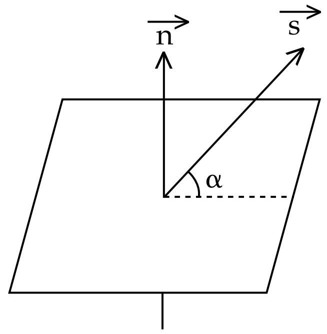
(b) Find the vector $\vec{n}$ perpendicular to the surface of the panel. **1**

(c) Assuming that the unit vector $\vec{s} = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$ points towards the sun at a particular time of the day and the flow of solar energy is given by $\vec{F} = 900\,\vec{s}$ **2**

(i) Find the product $\vec{F} \cdot \hat{n}$

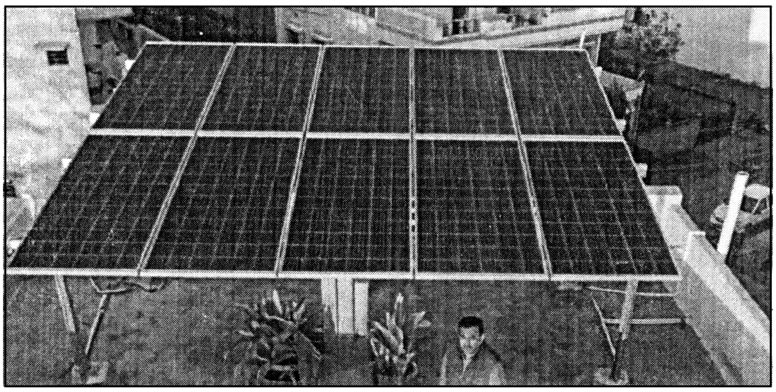
OR

(ii) Determine the angle of elevation (α) of the sun from a point on the solar panel.



सौर उर्जा एक साफ तथा नवीकरणीय उर्जा का स्त्रोत है। इस उर्जा के प्रयोग से ग्रीनहाऊस गैसों का उत्सर्जन नहीं होता है।

घरों की छत पर लगाये जाने वाले सौर पैनल बहुत ही किफायती, सुविधाजनक तथा वातावरण अनुकूल होते हैं।



ऊपर दिखाये गये चित्र में एक सौर पैनल के चार शीर्ष बिन्दु A(0, 0, 1), B(9, 0, 1), C(9, 6, 1) तथा D(0, 6, 1) हैं।

(a) सदिश $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}$ तथा $\vec{AD}$ को घटक रूप में लिखिये।

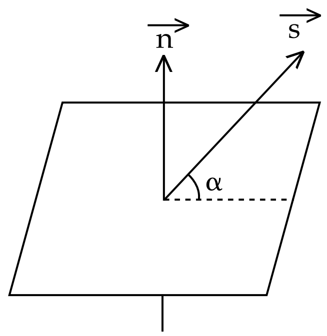
(b) सौर पैनल की सतह के लम्बवत् सदिश $\vec{n}$ ज्ञात कीजिये।

(c) मानलिजिये एक विशेष समय पर मात्रक सदिश $\vec{s} = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$ सूर्य की ओर इंगित करता है। उस समय सौर ऊर्जा का प्रवाह सदिश $\vec{F} = 900\,\vec{s}$ द्वारा दिया गया है।

(i) गुणनफल $\vec{F} \cdot \hat{n}$ ज्ञात कीजिये।

अथवा

(ii) सौर पैनल के एक बिंदु से सूर्य का उन्नयन कोण (α) ज्ञात कीजिये।



38. On a Parent Teacher Meeting day, school students put up many stalls on Games and raised some fund for charity.

Seema visited the stall to play a game of dice roll. She was given following instructions :

She has to roll a pair of dice once. If she gets a sum of 2 or 12, she wins ₹ 20. If she gets the sum of 7 she wins ₹ 15. The cost to play the dice is ₹ 10. Seema throws the pair of dice.

(a) Find the probability of getting a sum of : **1**

(i) 2 or 12 (ii) 7

(b) If X = amount won/lost by Seema, construct the probability distribution for X. **2**

(c) Find the mean of the probability distribution constructed above. **1**

OR

If the cost to play the dice is ₹ 5, then determine the mean of the corresponding probability distribution.

विद्यालय में अभिभावक–अध्यापक मीटिंग के दिन विद्यार्थियों ने दान करने के लिये धनराशि जुटाने हेतु कुछ Games स्टॉल लगाये।

सीमा पासा फेंकने वाले Game स्टॉल पर जाती है। उसे खेल के निम्न नियम बताये जाते हैं :

सीमा को एक बार पासा युग्म फेंकना है। यदि प्राप्तांकों का योग 2 अथवा 12 है तो वह ₹ 20 जीत जायेगी। यदि प्राप्तांकों का योग 7 है तो वह ₹ 15 जीत जायेगी। एक बार पासा युग्म फेंकने की कीमत ₹ 10 है। सीमा पासा युग्म फेंकती है।

(a) इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि :

(i) प्राप्तांकों का योग 2 या 12 है (ii) प्राप्तांकों का योग 7 है

(b) यदि X = सीमा द्वारा जीती/हारी गयी राशि, तो X का प्रायिकता बंटन बनाइये।

(c) ऊपर बनाये गये प्रायिकता बंटन का माध्य ज्ञात कीजिये।

अथवा

यदि पासा युग्म फेंकने की कीमत ₹ 5 है तो संगत प्रायिकता बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए।

- o O o -